

平板圆孔气膜冷却的热弹耦合分析

王 湛¹, 张 超², 刘建军³

- (1. 山东大学 能源与动力工程学院, 济南 250061;
2. 天津理工大学 自动化学院, 天津 300384;
3. 中国科学院 工程热物理研究所, 北京 100190)

摘 要: 分析了带圆孔的平板这一基本的冷却结构的热弹耦合特性,研究了定常状态下影响热应力的因素,采用了多场耦合的计算方法预测并分析了平板圆孔气膜冷却的热应力分布,系统地分析了入射角、复合角和吹风比对热应力的影响.结果表明:平板内整体热应力远小于气膜孔周边的热应力;热应力主要集中在气膜孔前缘线和尾缘线附近,而气膜孔两侧的热应力仍保持较低的水平;施加于气膜孔的内力垂直于气膜孔的轴线.吹风比越大,气膜孔附近的温度梯度就越大,从而气膜孔的前缘线和尾缘线的热应力更加集中.入射角越小,气膜孔周边的热应力越大,而且热应力会更加集中在气膜孔出口的前缘点和入口的尾缘点上.复合角的存在有助于弱化热应力集中.

关 键 词: 气膜冷却; 平板; 热弹耦合; 热应力; 吹风比

中图分类号: V231.1 **文献标志码:** A

Thermo-elastic coupling analysis of round-hole flat-plate film-cooling

WANG Zhan¹, ZHANG Chao², LIU Jian-jun³

- (1. School of Energy and Power Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China;
2. School of Automation, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China;
3. Institute of Engineering Thermophysics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The thermo-elastic coupling property of the basic cooling configuration of flat-plate with round-hole was analyzed. The factors that may influence the steady state thermal stress were studied. The thermal stress distribution of the round-hole flat-plate film-cooling was predicted and analyzed using the multi-field coupling method. The influences of the injection angle, compound angle and blowing ratio on thermal stress were systematically investigated. The results show that the overall thermal stress in the flat-plate is much lower than that of the place around the film holes. And the thermal stress only concentrates near the leading edge line and trailing edge line of the film holes, while the thermal stress remains low on the lateral sides of the film holes. The inner force imposed on the film holes is perpendicular to the axis of film hole. The higher blowing ratio means higher temperature gradient near the film holes, and more intensive thermal stress concentration near the leading edge line and tailing edge line. The smaller injection angle means higher thermal stress near the film holes, and more serious thermal stress concentration on the leading edge point of the hole outlet and the trailing edge point of the hole inlet. The compound angle is beneficial to weakening the thermal stress concentration.

Key words: film-cooling; flat-plate; thermo-elastic coupling; thermal stress; blowing ratio

提高燃气轮机的输出比功率和热效率的最直接的方法是提高涡轮进口温度^[1]. 目前涡轮进口温度已经远超过导向叶片(以下简称叶片)等热端部件的可承受温度,因此需要采取措施来降低其温度. 各种高效的冷却结构是降低叶片温度的最直接的办法. 其中,气膜冷却以其冷却效果好得到了广泛的应用,较多地应用于叶片这种直接承受高温燃气冲击的热端部件.

气膜冷却是利用气膜孔将叶片内部的冷气引出覆盖在叶片表面,用来隔绝高温主流并降低叶片温度的冷却方法. 关于气膜冷却的流动传热机理,很多文献已经做过系统的研究,如文献[2-7]. 但是冷却必然导致叶片温度分布不均,从而由于外部约束和内部变形协调的要求导致部件无法自由膨胀或收缩而产生热应力^[8]. 热应力达到一定程度则有可能导致叶片的损坏,所以对热应力的机理和特性需要加以关注.

目前一些文献已经开始关注冷却导致的热应力. 如胡捷^[9], Wang 等^[10], 孙杰等^[11], Sierra 等^[12], Amaral 等^[13-14], Davison 等^[15], Karaivanov 等^[16], Amezcua 等^[17] 分别计算了不同叶片的热应力分布. 不过上述研究都是针对具体叶片及其相应的工作环境进行的,虽然有助于预测热应力的分布,但是较少地从机理的角度阐述热应力的产生及其影响因素. 而且上述研究当中的叶片多数没有气膜孔. 所以从机理的角度对气膜冷却导致的热应力进行研究是必要的.

在以往的气膜冷却的流动传热的机理研究中,主要以带气膜孔的平板为研究对象(如文献[2-5]),这样做的好处是可以集中精力研究影响气膜冷却的因素且排除其他干扰. 所以本文也以带气膜孔的平板为研究对象,分析热应力的来源,系统研究入射角、复合角和吹风比等几何和流动参数对其热应力分布的影响,从机理上研究气膜冷却产生的热应力.

1 计算模型和条件

图 1 表示了计算域,包括高温主流、冷气流和带圆孔的平板(LE 表示前缘,TE 表示尾缘). 几何尺寸和边界条件都参考了某重型燃气轮机叶片,以尽可能接近真实的工况. 其中气膜孔直径 $D=1\text{ mm}$,Y 方向上的孔间距 $P=5D=5\text{ mm}$,入

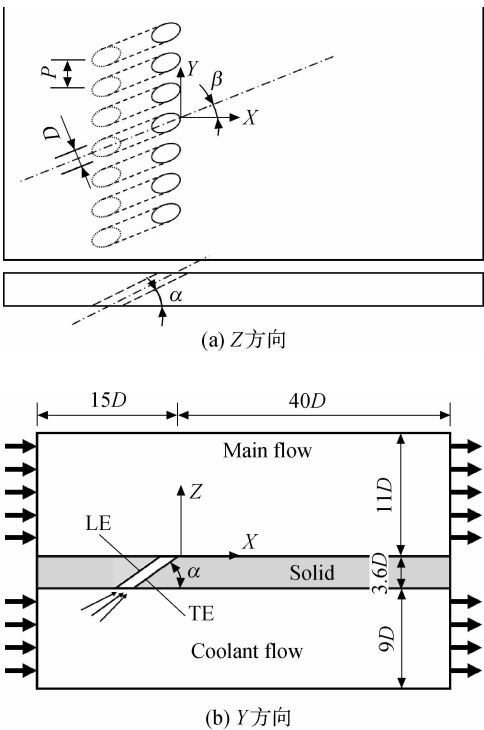


图 1 计算域示意图

Fig. 1 Sketch of computational domain

射角(主流和孔中心线在 XZ 平面的夹角)分别为 $\alpha=30^\circ, 60^\circ$, 和 90° , 复合角(主流和孔中心线在 XY 平面的夹角)分别是 $\beta=0^\circ$ 和 45° ;坐标的原点位于气膜孔出口的尾缘点.

主流和冷气流的方向都是从左至右. 主流进口速度为 $V_m=150\text{ m/s}$,温度为 $T_m=1\,500\text{ K}$,湍流度为 10% ,出口背压为 $p_m=10.0\text{ atm}$. 冷气流进口速度为 $V_c=75\text{ m/s}$,温度为 $T_c=700\text{ K}$,湍流度为 5% ,出口背压则根据吹风比来调整. 吹风比定义为 $M=\rho_c V_i/(\rho_m V_m)$,分别为 $0.5, 1.0, 1.5$ 和 2.0 ,其中 V_i 是气膜孔出口的速度, ρ_c 和 ρ_m 分别为冷气流和主流的密度. 平板材料为某高温合金,其导热系数、弹性模量、泊松比等参数都和温度有关,在计算设置中通过拟合的多项式给定. 为了排除干扰,平板周围没有设置位移约束.

本文采用多场耦合的计算方法预测平板内的耦合应力. 多场耦合分为两步,第 1 步是利用计算流体力学(CFD)的方法,利用商业软件 CFX 进行气热强耦合计算,得到流体域的速度、温度和压力,以及固体域内的温度;第 2 步是将固体域的温度作为求解的先决条件导入到有限元(FEM)软件中,通过热弹耦合计算求出固体域内的应力分

布. 计算流程图如图 2 所示, CFD 和 FEM 的计算网格如图 3 所示. CFD 计算中需要加入湍流模型使控制方程封闭, 所以湍流模型不仅影响到速度和温度的求解, 更影响到后续热应力的求解. 本文采用的湍流模型是 shear stress transport (SST) 模型. 由于缺乏有效的气热耦合的气膜冷却实验数据, 本文利用 Mark II 叶片的气热耦合温度的

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

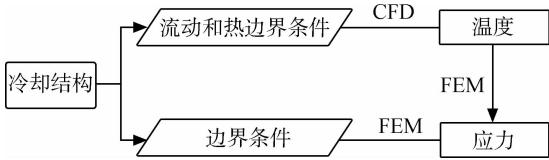
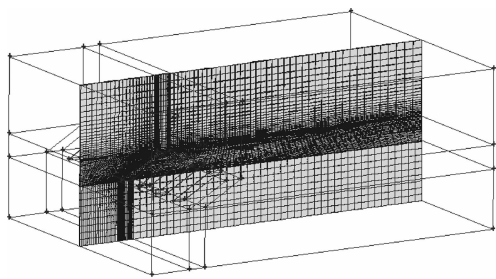
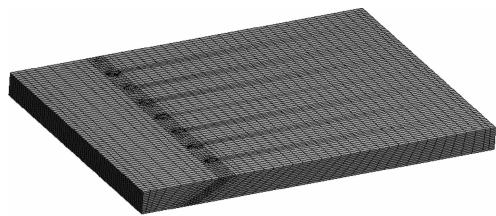


图 2 多场耦合计算流程图

Fig. 2 Flow chart of multi-field coupling calculation



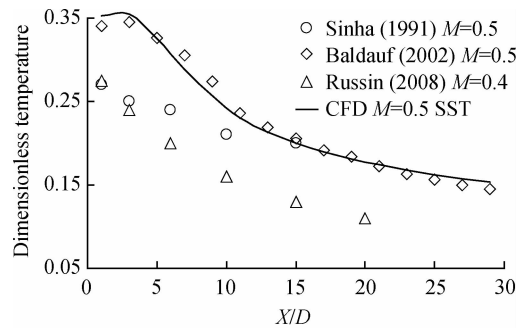
(a) CFD计算网格



(b) FEM计算网格

图 3 多场耦合的计算网格

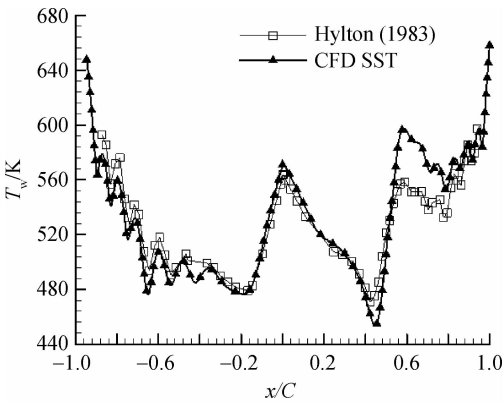
Fig. 3 Grids for multi-field coupling calculation



(a) 绝热气膜的温度分布

实验数据^[18]和绝热气膜冷却的实验数据^[2]进行了验证, 如图 4 所示, 可见本文采用的求解器和湍流模型能够胜任后续的研究. 图 4(b)中 T_w 为叶片的温度, C 为弦长, x 的定义见文献^[18].

在本文中, 定义无量纲温度 $T_d = (T - T_c) / (T_m - T_c)$; 文中的应力都是指等效应力 (Von Mises stress), 表达式为^[8]



(b) Mark II 叶片的温度分布

图 4 CFD 求解器和湍流模型的验证
Fig. 4 Validation of the CFD solver and turbulence model

2 热应力分布的基本特征

以往的研究表明, 对于采用气膜冷却的叶片, 由压差导致气动应力相对于热应力是可以忽略的^[9-10], 所以本文直接把热应力等同于应力. 为了便于反映平板内部温度和应力的分布, 文中定义了子午面, 如图 5 所示. 图 5 是当气膜孔没有复合角时子午面的示意图, 该子午面穿过中间孔的前缘线和尾缘线且垂直于 Y 轴.

由图 6 可以看出, 当平板没有任何气膜孔时, 其内部无量纲温度 $T_d = 0.55 \sim 0.60$, 平均无量纲温度约为 0.55. 总体上温度比较均匀, 所以应力总体很小, 整体小于 35 MPa. 当有气膜孔时, 以 $M = 1.0$ 时为例, 从图 6 的温度云图来看, 受到冷却的区域包含了从 $-6D$ 到 $20D$ 的区域; 其中气膜孔周边 ($-2D < X < 2D$) 的温度最低; 气膜孔下游 ($2D < X < 20D$) 由于气膜的覆盖其温度显著低于来流温度; 而气膜孔上游 ($-6D < X < -2D$) 由于金属材料良好的导热能力, 其温度也显著低于来流温度. 但是应力的分布特征则明显不同于温度分布, 从图 6 和图 7 可以看出, 除了在气膜孔周

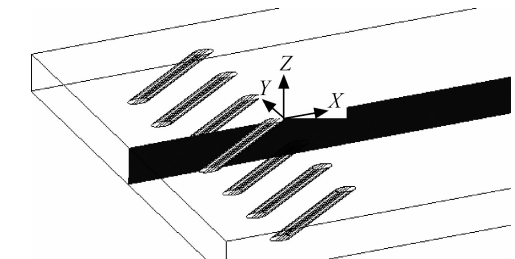


图 5 气膜孔无复合角的平板子午面示意图
Fig. 5 Sketch of meridian section for flat-plate film hole without compound angle

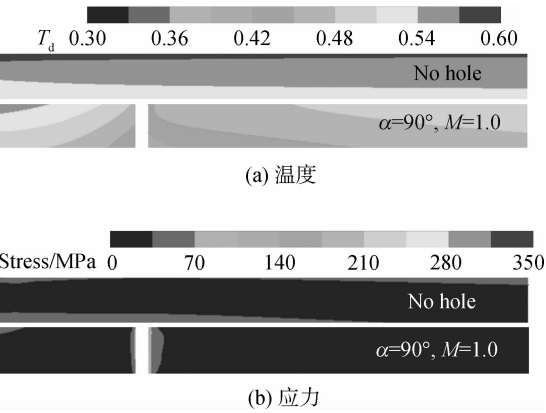


图 6 $M=1.0$ 时不含/包含气膜孔平板的子午面温度和应力云图
Fig. 6 Temperature and stress contours on meridian section of flat-plate with/without film holes at $M=1.0$

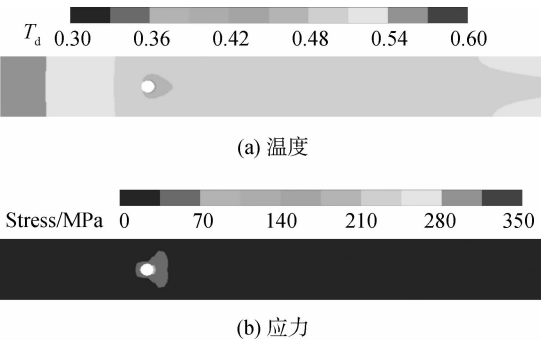


图 7 $M=1.0$ 时包含气膜孔平板上表面温度和应力云图
Fig. 7 Temperature and stress contours on top of flat-plate with film holes at $M=1.0$

边($-2D < X < 2D$)有一定的应力集中现象之外,其他广大区域的应力和没有气膜孔时的应力是一样小,整体都小于 35 MPa. 这是因为整个平板受热膨胀,但是由于气膜孔周边受到冷却,其膨胀的

程度相对小一些,从效果上看相当于平板其他区域对气膜孔周边形成了拉拽的作用. 根据弹性力学的结论,应力集中容易发生在小孔周围,而且在垂直于拉力的方向上应力最大^[8]. 根据这一结论,结合图 8 所反映出的前缘线和尾缘线的应力最大这一现象,可以推断出平板内部总的作用力是沿着 Y 方向的;否则如果内部的作用力是沿着 X 方向的话,应力最大的地方就会位于气膜孔的两侧.

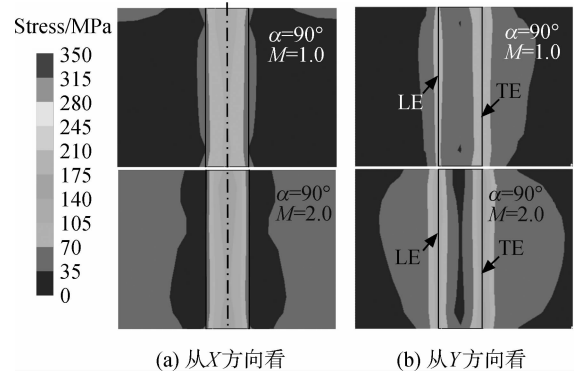


图 8 $M=1.0$ 和 2.0 时局部应力剖视云图
Fig. 8 Detailed clip-view of stress contours at M of 1.0 and 2.0

3 吹风比的影响

以入射角 $\alpha=90^\circ$ 的包含气膜孔平板为例论述吹风比的影响. 从图 9 和图 10(a) 的温度分布可以看出,由于吹风比的增加意味着冷气速度的增加,从而气膜孔内壁的对流得到了强化,气膜孔上游($X < D$)的温度降低了;但是另一方面由于射流速度增到导致冷气脱离壁面^[2],气膜孔下游($X > 0$)的温度却升高了,特别是当吹风比 $M=1.5$ 和 2.0 时温度上升的趋势更为显著;从图 10(b) 还可以看出,随着吹风比的增大,气膜孔两侧

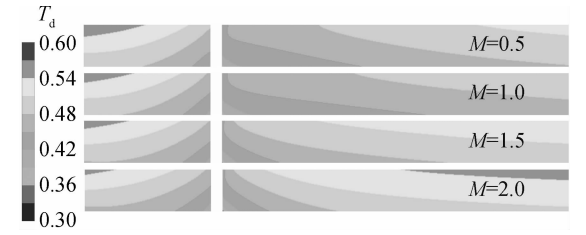


图 9 不同吹风比时子午面的温度云图($\alpha=90^\circ$)
Fig. 9 Temperature contours on meridian section at different blowing ratios ($\alpha=90^\circ$)

温度上升加快. 总的来看,气膜孔周边的温度梯度随吹风比的增大而增大,特别是当吹风比超过 1.5 时.

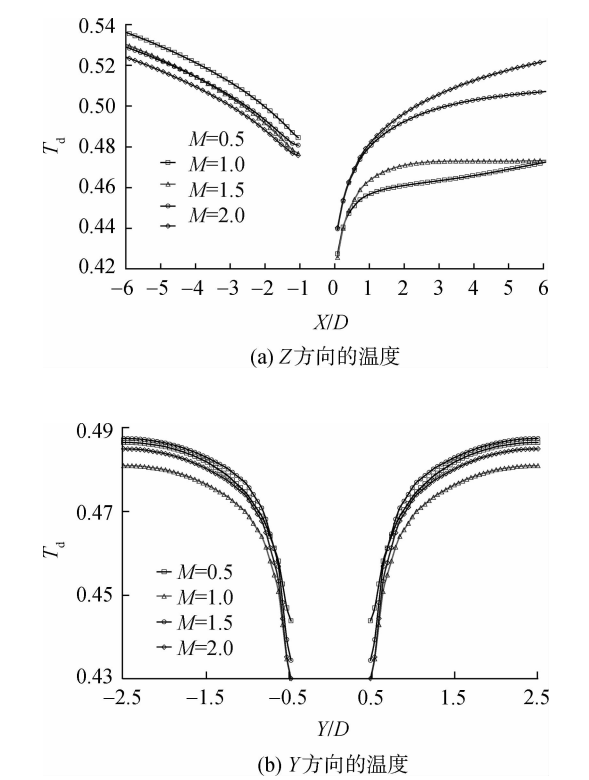


图 10 平板上表面穿过气膜孔中心线的温度分布 ($\alpha=90^\circ$)

Fig. 10 Temperature distribution in central line on top of flat-plate ($\alpha=90^\circ$)

从图 11 的子午面应力云图来看,无论吹风比如何变化,整个截面上的总体应力仍旧保持低水平(小于 35 MPa). 不过从图 12 的气膜孔前缘线和尾缘线应力分布来看,应力随着吹风比的增大而增大. 尾缘线上的应力高于前缘线的,不过随着吹风比的增大两者的差距则减小.

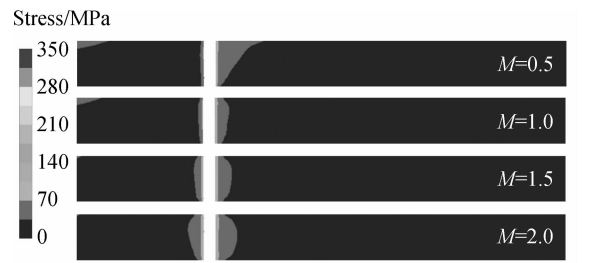


图 11 不同吹风比时子午面的应力云图($\alpha=90^\circ$)

Fig. 11 Stress contours on meridian section at different blowing ratios ($\alpha=90^\circ$)

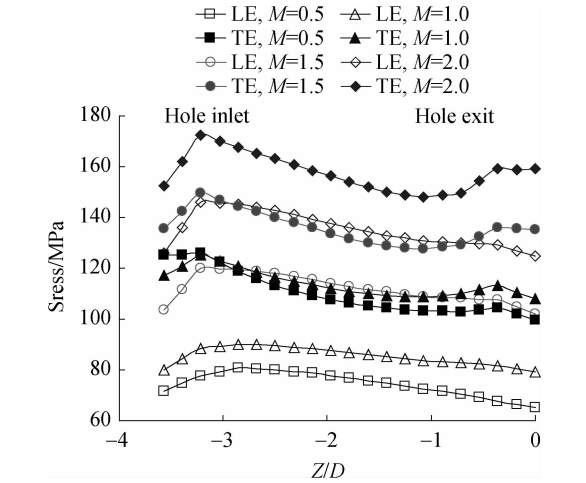


图 12 不同吹风比时气膜孔前缘线和尾缘线应力分布 ($\alpha=90^\circ$)

Fig. 12 Stress distribution on leading edge line and tailing edge line of film holes at different blowing ratios ($\alpha=90^\circ$)

4 入射角的影响

为了排除复合角的影响,这一部分所有的算例中复合角均设为 $\beta=0^\circ$. 从图 13 和图 14 的温度分布来看,当吹风比相同时,气膜孔周边的温度随着入射角的减小而增大. 因为当入射角越小(如 $\alpha=30^\circ$),气膜孔的内壁面的面积就越大,从而换热面积也越大. 同时也可以看到,随着入射角的减小,由于冷气在内壁面换热量增大,导致气膜孔下游($X>20D$)的温度升高. 总之,入射角越小,温度梯度越大.

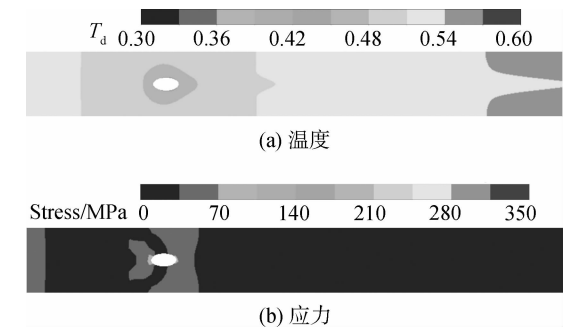


图 13 $M=1.0$ 时包含气膜孔平板上表面的温度和应力云图($\alpha=30^\circ, \beta=0^\circ$)

Fig. 13 Temperature and stress contours on top of flat-plate with film holes at $M=1.0$ ($\alpha=30^\circ, \beta=0^\circ$)

从图 15 的应力云图来看,除气膜孔周边外,子午面上大部分区域的应力仍旧保持低水平(小于 35 MPa). 从图 8、图 16 和图 17 的局部应力剖

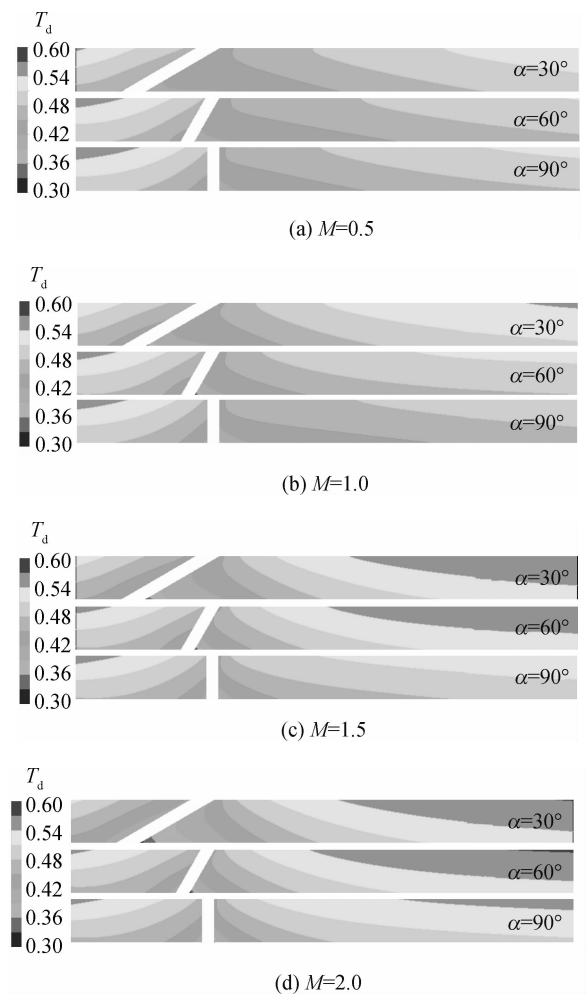


图 14 不同射流角时子午面的温度云图($\beta=0^\circ$)
Fig. 14 Temperature contours on meridian section with different injection angles ($\beta=0^\circ$)

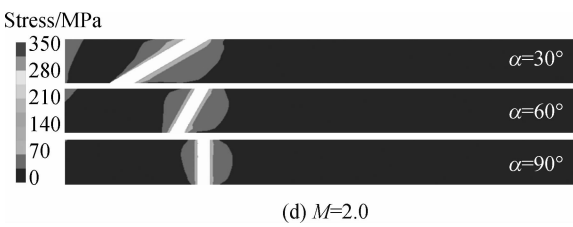
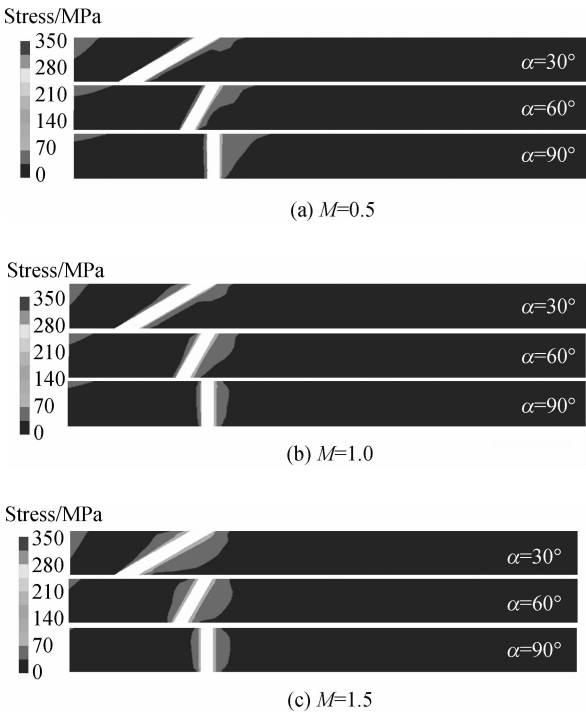


图 15 不同射流角时子午面的应力云图($\beta=0^\circ$)
Fig. 15 Stress contours on meridian section with different injection angles ($\beta=0^\circ$)

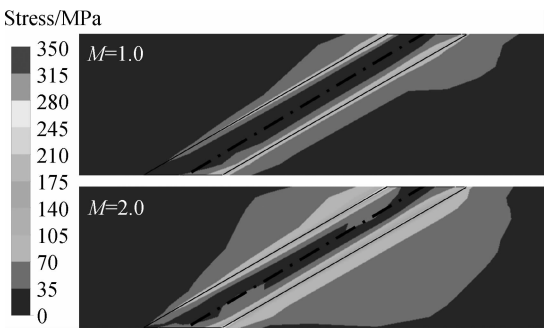


图 16 沿子午面的局部应力剖视云图($\alpha=30^\circ, \beta=0^\circ$)
Fig. 16 Detailed clip-view of stress contours on meridian section ($\alpha=30^\circ, \beta=0^\circ$)

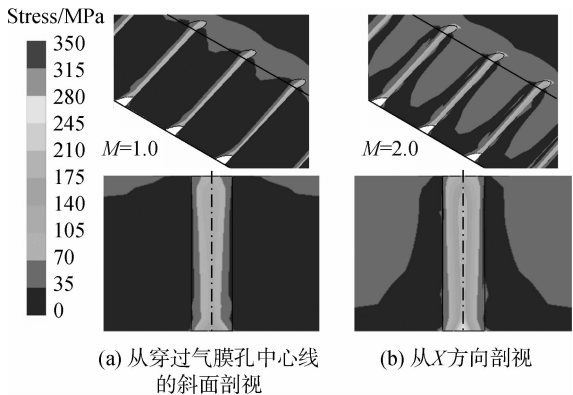


图 17 局部应力剖视云图($\alpha=30^\circ, \beta=0^\circ$)
Fig. 17 Detailed clip-view of stress contours ($\alpha=30^\circ, \beta=0^\circ$)

视云图来看,随着入射角减小到 $\alpha=30^\circ$,应力在气膜孔周围集中的现象特别明显.从图 18 的气膜孔前缘线和尾缘线的应力分布来看,相比 $\alpha=90^\circ$ 和 60° 时的情形,当 $\alpha=30^\circ$ 时应力沿前缘线和尾缘线的分布更加不均,尤其是气膜孔入口的尾缘点和出口的前缘点的应力特别大.造成这些现象主要有三方面的原因,一是随着入射角的减小温度梯度增大,从而热膨胀更不均匀;二是随着入射角的减小,气膜孔入口和出口的椭圆率增大.特别是前缘点和尾缘点的曲率变大,而这两点本身就是应

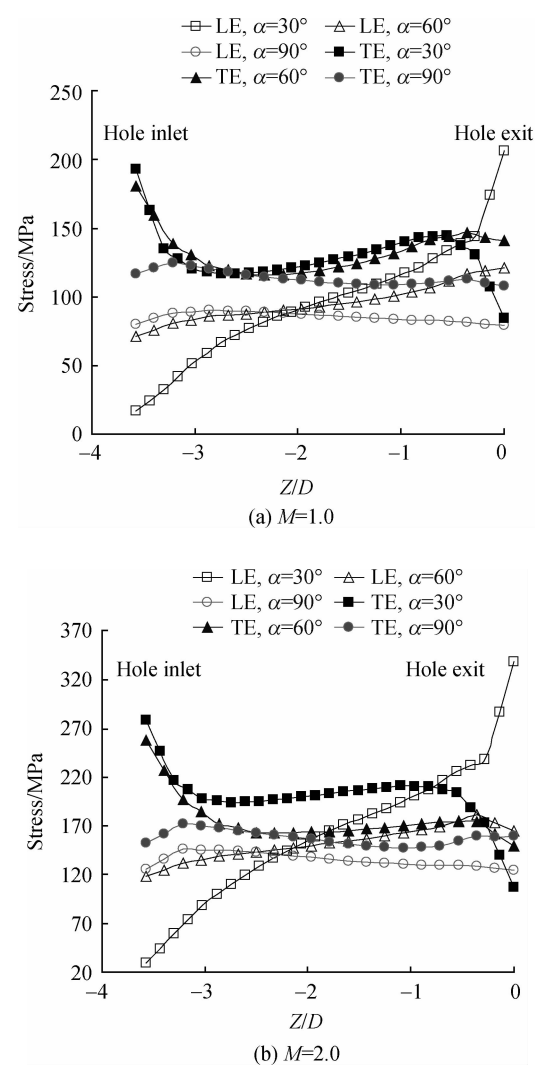


图 18 不同入射角时气膜孔前缘线和尾缘线应力分布 ($\beta=0^\circ$)

Fig. 18 Stress distribution on leading edge line and trailing edge line of film holes at different injection angles ($\beta=0^\circ$)

力集中的地方,根据弹性力学的结论,曲率越大则应力越大;三是随着入射角的减小,从子午面上看,出口尾缘点和入口前缘点附近形成了更为尖锐的顶角,这也容易使应力集中.虽然上述两个点的应力都很大,不过根据前期的研究结论^[10],由于温度相对较低,入口尾缘点的蠕变应变相对于出口前缘点来说要小一些.从持久运行的角度,出口前缘点是最危险的点,也是损坏最有可能首先发生的地方.

5 复合角的影响

为了便于比较和论述,首先定义有复合角的包含气膜孔平板的子午面,如图 19 所示,其中位于气膜孔上游和下游的部分均垂直于 Y 轴,穿过

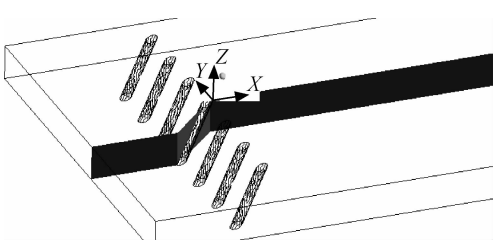


图 19 气膜孔有复合角的平板子午面示意图
Fig. 19 Sketch of meridian section for flat-plate film hole with compound angle

气膜孔轴线的部分平行于 Z 轴. 由于复合角仅仅是改变了在 XY 平面上的入射角度,所以从图 14 和图 20 的子午面的温度云图来看,有无复合角的温度分布特点基本相同.不过从图 13 和图 21 的比较可以看出,有复合角时温度分布相对更均匀一些,因为复合角有利于提高气膜的覆盖面和冷却效率^[6].因此同等条件下,有复合角平板的温度梯度也相对较小.



图 20 有复合角平板的子午面的温度云图 (沿 Y 方向看, $\alpha=30^\circ, \beta=45^\circ$)
Fig. 20 Temperature contours on meridian section of flat-plate with compound angle (view in the Y-direction, $\alpha=30^\circ, \beta=45^\circ$)

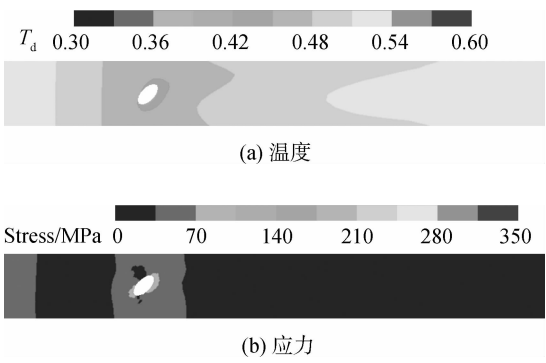


图 21 $M=1.0$ 时包含气膜孔平板上表面的温度和应力云图 ($\alpha=30^\circ, \beta=45^\circ$)
Fig. 21 Temperature and stress contours on top of flat-plate with film holes at $M=1.0$ ($\alpha=30^\circ, \beta=45^\circ$)



图 22 有复合角平板的子午面的应力云图
(沿 Y 方向看, $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$)

Fig. 22 Stress contours on meridian section of flat-plate with compound angle
(view in the Y-direction, $\alpha=30^\circ$, $\beta=45^\circ$)

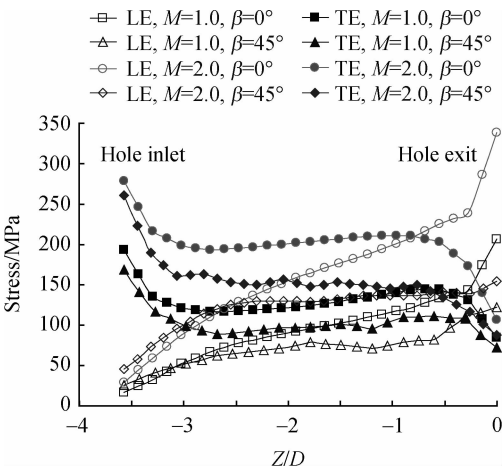


图 23 不同复合角时气膜孔前缘线和尾缘线应力分布
($\alpha=30^\circ$)

Fig. 23 Stress distribution on leading edge line and tailing edge line of film holes at different compound angles ($\alpha=30^\circ$)

从图 22 的子午面应力云图来看,整体的应力特征和无复合角时相似,除了气膜孔周边外,大部分区域的应力仍旧小于 35 MPa。从图 23 的前缘线和尾缘线的应力分布可以看出,相比无复合角的情形,有复合角时应力沿前缘线和尾缘线的分布要相对均匀一些,而且从数值上也普遍小一些,特别是在气膜孔入口的尾缘点和出口的前缘点上的应力明显小得多。这个现象主要有两方面的因素,一是温度分布相对于无气膜孔时要均匀一些,使得各个部分的膨胀也相对均匀一些,减小了应力;二是板内作用力沿 Y 方向,而气膜孔的轴线和力的方向不垂直,这样就避免了应力集中在气膜孔进出口的曲率最大点。所以,复合角有利于弱化应力的集中。

6 结 论

本文对定常状态下的平板圆孔气膜冷却的热

弹耦合特性进行了研究,主要有以下结论:

1) 平板内整体的应力很小(小于 35 MPa),应力主要集中在气膜孔的前缘线和尾缘线及其附近区域,同时在气膜孔沿 Y 方向的两侧保持较小的水平,原因在于平板内部对气膜孔的作用力的方向垂直于气膜孔的轴线。

2) 吹风比越大,气膜孔周围的温度梯度也越大,导致应力在气膜孔的前缘线和尾缘线的集中现象更为明显,特别是当吹风比 $M>1.5$ 且入射角 $\alpha=30^\circ$ 时。

3) 入射角越小,应力在前缘线和尾缘线上的分布也越不均匀。当 $\alpha=30^\circ$ 时,由于曲率的增大,使得应力明显集中在气膜孔入口的尾缘点和出口的前缘点上。

4) 复合角的存在,使得平板内部温度分布相对于无复合角的平板更为均匀一些,加上平板内部作用力与气膜孔轴线方向不垂直,有助于弱化应力的集中。

参考文献:

[1] Han J C, Dutta S, Ekkad S. Gas turbine heat transfer and cooling technology[M]. New York: Taylor and Francis, 2001.

[2] Sinha A K, Bogard D G, Crawford M E. Film-cooling effectiveness downstream of a single row of holes with variable density ratio[J]. Journal of Turbomachinery, 2001, 113 (3): 442-449.

[3] Baldauf S, Scheurlen M, Schultz A, et al. Correlation of film cooling effectiveness from thermographic measurements at engine like conditions[R]. ASME Paper 2002-30180, 2002.

[4] 张超. 燃气透平导叶气热耦合实验与数值研究[D]. 北京: 中国科学院, 2012.

ZHANG Chao. Experimental and numerical investigation of conjugate heat transfer for gas turbine guide vane[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2012. (in Chinese)

[5] 张超, 王湛, 周嗣京, 等. 压力敏感涂料的标定及在气膜冷却效率测量中的应用[J]. 航空动力学报, 2011, 26(12): 2691-2697.

ZHANG Chao, WANG Zhan, ZHOU Sijing, et al. Calibration of pressure-sensitive paint and application to the measurement of film cooling effectiveness[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(12): 2691-2697. (in Chinese)

[6] 杨成凤, 张靖周, 杨卫华. 全覆盖气膜孔阵列方式对冷却特性的影响[J]. 航空动力学报, 2010, 25(7): 1524-1529.

YANG Chengfeng, ZHANG Jingzhou, YANG Weihua. Effect of the holes array arrangement on the full coverage film cooling characteristics[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(7): 1524-1529. (in Chinese)

[7] 邓宏武, 肖俊, 李国庆, 等. 吹风比对旋转涡轮叶片气膜冷

却的影响[J]. 航空动力学报, 2011, 26(7): 1452-1457.

DENG Hongwu, XIAO Jun, LI Guoqing, et al. Influence of blowing ratio on film cooling of rotating turbine blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(7): 1452-1457. (in Chinese)

[8] 陈明祥. 弹塑性力学[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

[9] 胡捷. 燃气轮机透平叶片闭式蒸汽冷却研究[D]. 北京: 中国科学院, 2008.

HU Jie. Investigation on closed-loop steam cooling schemes of a gas turbine guide vane[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2008. (in Chinese)

[10] Wang Z, Liu J J, Zhang C. Multi-field coupling analysis on the film-cooling of a turbine guide vane[R]. ASME Paper GT2013-94256, 2013.

[11] 孙杰, 宋迎东, 孙志刚. 涡轮冷却叶片热固耦合分析与优化设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(12): 2162-2169.

SUN Jie, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Thermoset coupling analysis and optimization design of turbine cooling blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(12): 2162-2169. (in Chinese)

[12] Sierra F Z, Bolaina C, Kubiak J, et al. Heat transfer and thermal mechanical stress distributions in gas turbine blades[R]. ASME Paper GT2009-59194, 2009.

[13] Amaral S, Verstraete T, Braembussche R V, et al. Design and optimization of the internal cooling channels of a HP turbine blade: Part I methodology [R]. ASME Paper GT2008-51077, 2008.

[14] Verstraete T, Amaral S, Braembussche R V, et al. Design and optimization of the internal cooling channels of a HP turbine blade: Part II optimization [R]. ASME Paper GT2008-51080, 2008.

[15] Davison J B, Ferguson S W, Mendonca F G, et al. Towards an automated simulation progress in combined thermal flow and stress in turbine blade cooling analysis [R]. ASME Paper GT2008-51287, 2008.

[16] Karaivanov V G, Mazzotta D W, Chyu M K. Three-dimensional modeling of creep damage in airfoil for advanced turbine systems[R]. ASME Paper GT2008-51278, 2008.

[17] Amezcua A, Mazur Z, Muñoz A G. Thermo-mechanical transient analysis & conceptual optimization of a first stage bucket[R]. ASME Paper GT2008-51217, 2008.

[18] Hylton L D, Mihelc M S, Turner E R, et al. Analytical and experimental evaluation of heat transfer distribution over the surface of the vane[R]. NASA CR168015, 1983.